

## BAB II

### KAJIAN PUSTAKA

#### A. Deskripsi Teori

##### 1. Kemampuan Penalaran Matematis

Penalaran atau *reasoning* merupakan suatu rangkaian proses yang memiliki tujuan untuk menggali keterangan dasar yang merupakan kelanjutan dari keterangan lain yang telah diketahui sebelumnya. *Reasoning* berasal dari kata *reason* yang berarti nalar. Nalar merupakan salah satu cara berpikir dengan menggabungkan dua pemikiran atau lebih yang bertujuan untuk mendapatkan pengetahuan baru. Pengetahuan baru itu dapat diperoleh atas dasar kebenaran, dan proses berpikir yang dilakukan dengan cara tertentu.<sup>1</sup>

Penalaran merupakan konsep yang paling general dan merujuk pada salah satu proses pemikiran agar sampai pada suatu kesimpulan dalam bentuk pernyataan baru dari pernyataan-pernyataan yang telah ada sebelumnya. Pernyataan itu penalaran merupakan konsep yang paling general yang merujuk pada salah satu proses pemikiran untuk sampai pada suatu kesimpulan dalam bentuk pernyataan baru dari beberapa pernyataan yang telah ada. Pernyataan yang dimaksud adalah batasan antara pengertian satu dengan yang lain untuk menghindari kekaburan arti.<sup>2</sup>

Definisi penalaran adalah sebagai konsep kemampuan matematika yang membutuhkan lima alur saling berhubungan yang mempengaruhi pemahaman kontekstual, serta menyangkut pemahaman konsep, operasi, dan hubungan matematis, kelancaran prosedural, melibatkan keterampilan dalam menjalankan prosedural secara fleksibel, akurat, efisien, dan efektif.<sup>3</sup>

Penalaran atau berpikir logis berarti berpikir menurut kaidah-kaidah yang benar dan memiliki sifat sistematis,

---

<sup>1</sup> Amsal Bakhtiar, *Filsafat Ilmu* (Jakarta: PT Raja Grafindo Persada, 2004), 202.

<sup>2</sup> Maya Gustiati, "The Profiles of Mathematical Reasoning Ability in Problem-Solving Based on Emotional Intelligence and Learning Styles of Students" (Universitas Negeri Makasar, 2016), 20.

<sup>3</sup> Gustiati, 19.

valid, dan dapat dipertanggungjawabkan. Proses penalaran merupakan proses kognitif dalam memperoleh suatu kesimpulan yang sesuai dengan kaidah yang benar atau kebenaran yang telah disepakati dan dapat diterima sebagai kebenaran yang dapat dipertanggungjawabkan terhadap suatu permasalahan yang dihadapi. Pentingnya kemampuan penalaran ini, dapat menjadi tujuan pembelajaran matematika sekolah. Kemampuan penalaran dapat dikembangkan dalam proses pembelajaran. Penalaran adalah alur berpikir yang digunakan untuk menghasilkan pernyataan dan mencapai kesimpulan. Penalaran adalah sebuah alur berpikir, cara berpikir yang digunakan untuk menghasilkan pernyataan dan mendapatkan kesimpulan. Penalaran menggambarkan bagaimana cara berpikir seseorang terhadap suatu hal atau masalah yang dihadapi.<sup>4</sup>

Kemampuan penalaran matematis dalam beberapa literatur disebut dengan *mathematical reasoning*. *Mathematical reasoning is reasoning about and with the object of mathematics*. pernyataan ini dapat diartikan bahwa kemampuan penalaran matematis adalah tentang dan dengan objek matematika. Objek matematika yang dimaksud adalah cabang-cabang matematika yang dipelajari seperti; algoritma, statistika, aljabar, geometri dan sebagainya.<sup>5</sup>

*Ball, Lewis and Thamel* Menyatakan "*Mathematical reasoning is the foundation for the construction of mathematical knowledge*". Pernyataan tersebut dapat diarti bahwa kemampuan penalaran matematis adalah sebuah pondasi untuk mendapatkan pengetahuan matematika. Kemampuan penalaran matematis merupakan keterampilan yang memiliki peran penting dalam sebuah proses pembelajaran peserta didik agar dapat memahami materi matematika dengan mudah sehingga dapat menarik

---

<sup>4</sup> Titin Masfingatin, Wasilatul Murtafiah, and Swasti Maharani, "Exploration of Creative Mathematical Reasoning in Solving Geometric Problems," *Jurnal Pendidikan Matematika* 14, no. 2 (June 30, 2020): 155–68, <https://doi.org/10.22342/jpm.14.2.7654.155-168>.

<sup>5</sup> Enika Wulandari, "Meningkatkan Kemampuan Penalaran Matematis Siswa Melalui Pendekatan Problem Posing Di Kelas VIII A SMP Negeri 2 Yogyakarta" (UNY, 2011), 12.

kesimpulan atau membuat pernyataan yang benar terhadap asumsi yang telah diberikan.<sup>6</sup>

Penalaran matematis dapat dikatakan sebagai kunci untuk menguasai matematika. Penalaran matematis merujuk pada kemampuan menggunakan pikiran untuk berpikir logis dan analitis dalam sebuah pola tertentu. Baris menyatakan pendapatnya bahwa penalaran bertumpu pada kerangka analitis dalam bingkai logika penalaran. Pengembangan kemampuan penalaran matematis sangat berperan penting pada siswa agar dapat membantu siswa dalam menguasai konsep belajar matematika dengan baik. Berkaitan dengan hal ini, kemampuan penalaran matematis mengarahkan siswa untuk dapat membuat kesimpulan dan dapat menemukan bukti dari sebuah pernyataan yang telah dirumuskan dalam gagasan baru pada suatu permasalahan matematis.<sup>7</sup>

Garis besar penalaran dibagi menjadi dua bagian yaitu penalaran deduktif dan penalaran induktif. Penalaran deduktif adalah proses penarikan kesimpulan yang diturunkan secara mutlak berdasarkan aturan yang disepakati. Sedangkan penalaran induktif adalah proses dalam memperoleh kesimpulan umum berdasarkan data yang telah diamati. Penalaran deduktif dan penalaran induktif merupakan argumen dari serangkaian proposisi yang terstruktur dari beberapa dugaan dan kesimpulan. Perbedaan keduanya terdapat pada sifat kesimpulan yang telah diturunkan.<sup>8</sup>

Peraturan Dirjen Dikdasmen Depdiknas Nomor 506/C/Kep/PP/2004 tanggal 11 november 2004 bertuliskan indikator siswa dalam kemampuan penalaran sebagai berikut:<sup>9</sup>

---

<sup>6</sup> Dinda Kurnia Putri, Joko Sulianto, and Mira Azizah, "Kemampuan Penalaran Matematis Ditinjau Dari Kemampuan Pemecahan Masalah," *International Journal of Elementary Education* 3, no. 3 (August 20, 2019): 351–57, <https://doi.org/10.23887/ijee.v3i3.19497>.

<sup>7</sup> Peni Suhartatik, Susiswo Susiswo, and Aburrahman As'ari, "Penalaran Matematis Siswa Dalam Menyelesaikan Masalah Pola Bilangan Dan Scaffoldingnya," *Jurnal Cendekia: Jurnal Pendidikan Matematika* 7, no. 1 (February 3, 2023): 432–41, <https://doi.org/10.31004/cendekia.v7i1.1068>.

<sup>8</sup> Gustiati, "The Profiles of Mathematical Reasoning Ability in Problem-Solving Based on Emotional Intelligence and Learning Styles of Students."

<sup>9</sup> Azmil R. Musthafa, Sunardi, and Arif Fathahillah, "ANALISIS TINGKAT

- a. Mampu mengajukan dugaan (*conjectures*)
- b. Mampu melakukan manipulasi matematika
- c. Mampu menarik kesimpulan, menyusun bukti, memberikan alasan atau bukti terhadap beberapa solusi
- d. Mampu menarik kesimpulan dari pernyataan
- e. Mampu menyajikan pertanyaan matematika secara lisan, tulisan, gambar atau diagram
- f. Mampu menentukan pola atau sifat dari gejala matematis untuk membuat generalisasi

Dari beberapa pengertian kemampuan penalaran matematis, peneliti menyimpulkan bahwa kemampuan penalaran matematis merupakan proses/aktivitas penarikan kesimpulan secara logis dengan memberikan bukti-bukti dan memeriksa kesahihan dalam argumen.

Soal kemampuan penalaran matematis dalam menyelesaikan masalah menurut Polya adalah pengejaran tujuan yang sulit dicapai dengan mencoba memecahkan masalah. Berpikir kritis merupakan keterampilan yang dapat dikuasai oleh siswa.<sup>10</sup> Siswa dapat memiliki menyelesaikan masalah matematika jika guru mengajarkan bagaimana cara untuk menyelesaikan masalah yang ada dalam soal. Penyelesaian masalah merupakan kegiatan instruksional dimana siswa ditantang dengan diberikan soal dengan permasalahan untuk dipecahkan dengan pertanyaan yang sesuai dengan kemampuan masing-masing siswa.

Polya mendefinisikan langkah-langkah penyelesaian masalah menjadi 4 fase, yaitu:

- a. Memahami Masalah

Siswa harus bisa mengetahui apa yang diketahui dan apa yang ditanyakan dalam permasalahan soal. Akan tetapi, beberapa siswa memiliki keterbatasan pemikiran

---

KEMAMPUAN PENALARAN SISWA DALAM MENYELESAIKAN SOAL CERITA MATERI FPB DAN KPK KELAS VII B SMP NEGERI 10 JEMBER,” *Jurnal Edukasi Unej* 1, no. 3 (2014): 1–6.

<sup>10</sup> Harlinda Fatmawati and Prodi Magister Pendidikan Matematika, “ANALISIS BERPIKIR KRITIS SISWA DALAM PEMECAHAN MASALAH MATEMATIKA BERDASARKAN POLYA PADA POKOK BAHASAN PERSAMAAN KUADRAT (Penelitian Pada Siswa Kelas X SMK Muhammadiyah 1 Sragen Tahun Pelajaran 2013/2014),” *Jurnal Elektronik Pembelajaran Matematika* 2, no. 9 (2014): 899–910, <http://jurnal.fkip.uns.ac.id>.

maka, untuk hal-hal yang penting hendaknya mencatat atau membuat tabel atau grafik yang dapat memudahkan.

b. Membuat Rencana

Siswa harus bisa menyusun langkah-langkah yang akan digunakan untuk menyelesaikan masalah dalam soal. Dalam penyusunan langkah-langkah itu, siswa harus mengetahui hubungan antara data yang diketahui, dan data yang tidak diketahui secara tertulis untuk menyusun rencana penyelesaian masalah.

c. Menyelesaikan Rencana

Siswa harus bisa melakukan atau menyelesaikan masalah dengan langkah-langkah yang dibuat sebelumnya dengan menggunakan model matematika yang benar.

d. Melihat Kembali

Siswa melihat kembali penyelesaian yang telah dilakukan dengan melihat kembali perhitungan dan hasil yang didapat itu sudah benar atau belum. Apabila hasil yang didapat sesuai dengan apa yang ditanyakan dalam permasalahan soal, maka siswa harus menarik kesimpulan dari permasalahan.

## 2. Kecerdasan Matematis Logis

### a. Pengertian Kecerdasan Matematis Logis

Kecerdasan dan kepintaran seringkali dikaitkan satu sama lain, tetapi sebenarnya cerdas dan pintar memiliki makna yang berbeda. Cerdas adalah sebutan untuk orang yang tidak teratur dan tidak disiplin tetapi selalu mampu mengerjakan apa yang diperintahkan dengan baik. Sedangkan, pintar adalah sebutan untuk orang yang teratur dan disiplin sehingga ia selalu mampu mengerjakan apa yang diperintahkan.<sup>11</sup> Kecerdasan (*Intelligence*) menurut Yunani dan Nurdin adalah istilah yang sulit untuk didefinisikan serta menimbulkan pemahaman yang berbeda-beda diantara para ilmuwan lainnya. Kecerdasan adalah kemampuan mental umum untuk belajar dan menerapkan pengetahuan

---

<sup>11</sup> Arum Rifda, "5 Perbedaan Orang Pintar Dan Cerdas," Gramedia, 2022, <https://www.gramedia.com/best-seller/perbedaan-orang-pintar-dan-cerdas/>.

dalam memanipulasi lingkungan dan kemampuan untuk berpikir abstrak.<sup>12</sup>

Gardner menyatakan bahwa setiap individu memiliki beberapa level kecerdasan yang berbeda-beda dan kecerdasan tersebut tergabung menjadi satu kesatuan membentuk kemampuan diri yang baik dengan cara yang berbeda setiap individu. Menurut Gardner ada delapan kecerdasan majemuk (*Multiple Intelligences*) salah satunya adalah kecerdasan yang berkaitan erat dengan matematika yaitu kecerdasan matematis logis.<sup>13</sup>

Kecerdasan matematis logis dianggap sebagai keterampilan yang berguna dalam belajar matematika karena membantu siswa berpikir secara logis, melakukan operasi matematika, dan membuktikan masalah ilmiah.<sup>14</sup> Kecerdasan matematis logis merupakan kemampuan seseorang dalam menghitung, mengukur dan menyelesaikan permasalahan bersifat matematis. Gardner mengatakan bahwa kecerdasan matematis logis dicirikan sebagai kemampuan yang dimiliki oleh otak kiri dan sering dipandang dan dihargai lebih tinggi dari jenis-jenis kecerdasan lainnya.<sup>15</sup>

Kecerdasan matematis logis merupakan keahlian untuk menghitung, Kecerdasan logis matematis merupakan kecakapan untuk menghitung, merumuskan proposisi, hipotesis serta memecahkan perhitungan matematis secara kompleks.<sup>16</sup>

---

<sup>12</sup> Muhammad Yaumi and Nurdin Ibrahim, *Pembelajaran Berbasis Kecerdasan Jamak* (Jakarta: Kencana Prenada Media Group, 2013), 9.

<sup>13</sup> Rizqona Maharani, "Kontribusi Kecerdasan Spiritual dan Kecerdasan Matematis Logis Terhadap Penyelesaian Masalah Pembuktian Dan Kecemasan Matematika," *Inspiramatika* 4, no. 2 (2018): 92.

<sup>14</sup> Rizqona Maharani, Marsigit Marsigit, and Ariyadi Wijaya, "Collaborative Learning with Scientific Approach and Multiple Intelligence: Its Impact toward Math Learning Achievement," *Journal of Educational Research* 113, no. 4 (August 21, 2020): 3, <https://doi.org/10.1080/00220671.2020.1806196>.

<sup>15</sup> Muchlisin Riadi, "Kecerdasan Logika Matematika (Logic Smart)," Kajian Pustaka, 2017, <https://www.kajianpustaka.com/2017/09/kecerdasan-logika-matematika-logic-smart.html>.

<sup>16</sup> Nana Syaodih Sukmadinata, *Landasan Psikologi Proses Pendidikan* (Bandung: Remaja Rosdakarya, 2009), 96.

Budiningsih berpendapat bahwa kecerdasan matematis logis sering disebut sebagai data pikir ilmiah, termasuk dalam berpikir deduktif dan induktif. Kecerdasan matematis logis merupakan suatu proses berpikir ilmiah dalam menyelesaikan suatu masalah yang berdasarkan kepada kebenaran dan logika.<sup>17</sup> Kecerdasan matematis logis merupakan kecerdasan yang melibatkan kemampuan untuk menganalisis suatu masalah secara logis, menemukan rumusan, dan pola tertentu secara ilmiah.<sup>18</sup>

Berdasarkan beberapa penjelasan mengenai kecerdasan matematis logis, peneliti menarik kesimpulan bahwa kecerdasan matematis logis merupakan gabungan dari kemampuan berhitung dan berlogika sehingga siswa dapat menyelesaikan permasalahan secara logis. Kecerdasan matematis logis merupakan salah satu jenis dari delapan kecerdasan majemuk yang berkaitan dengan kemampuan mengolah angka dan pola-pola dalam menggunakan penalaran logika dengan benar.

#### **b. Karakteristik Kecerdasan Matematis Logis**

Seorang anak yang memiliki kecerdasan khususnya dalam hal kecerdasan matematis logis pasti memiliki kemampuan menganalisis dengan kuat dan menyukai hal yang berkaitan dengan masalah matematika Adapun karakteristik anak yang mempunyai kecerdasan matematis logis yaitu:<sup>19</sup>

- 1) Merasakan objek yang ada di lingkungan serta fungsi-fungsi objek;
- 2) Merasa familiar dengan konsep kuantitas atau nilai, waktu sebab dan akibatnya;

---

<sup>17</sup> Suhendri and Id, "Pengaruh Kecerdasan Matematis-Logis Dan Kemandirian Belajar Terhadap Hasil Belajar Matematika," 32.

<sup>18</sup> Nur Farada Sugihartini, "Kemampuan Penalaran Matematis Dalam Pemecahan Masalah Berdasarkan Kecerdasan Logis Matematis Pada Materi Bilangan Bulat Kelas VII Di MTs. Islamiyah Ujungpangkah Gresik" (UIN KHAS, 2022), 37.

<sup>19</sup> Syamsu Yusuf and Juntika Nurihsan, *Landasan Bimbingan Dan Konseling* (Bandung: Pt. Remaja Rosdakarya, 2006), 231.

- 3) Menunjukkan keahlian dengan logika untuk menyelesaikan masalah;
- 4) Mengajukan dan menguji hipotesis;
- 5) Mampu menggunakan bermacam-macam keahlian dalam matematika;
- 6) Menikmati pengoprasian yang kompleks seperti kalkulus, fisika, program komputer, dan penelitian;
- 7) Menggunakan teknologi untuk memecahkan masalah matematika;
- 8) Menunjukkan minat dalam berkarir sebagai akuntansi, teknologi komputer, ahli hukum, insinyur dan ahli kimia;
- 9) Menciptakan model baru dalam ilmu pengetahuan dan matematika.

Berdasarkan karakteristik kecerdasan matematis logis yang telah dipaparkan, peneliti menyimpulkan bahwa siswa yang memiliki kecerdasan matematis logis mampu dalam menyelesaikan masalah, melakukan operasi yang kompleks, menggunakan perhitungan dan logika untuk menyelesaikan permasalahan matematika.

**c. Indikator dan Kategori Tingkat Kecerdasan Matematis Logis**

Beberapa indikator dari teori kecerdasan matematis logis Thomas Amrstrong diantaranya.<sup>20</sup>

**Tabel 2.1**

**Indikator Kecerdasan Matematis Logis**

Indikator	Sub Indikator
Kemampuan Numerik	Siswa dapat mengklasifikasikan, mengenali, dan menganalisis pola angka tertentu
	Siswa dapat menyelesaikan permasalahan dalam konsep aljabar menggunakan operasi hitung matematika
	Siswa dapat menerapkan operasi

---

<sup>20</sup> Maharani, Marsigit, and Wijaya, “Collaborative Learning with Scientific Approach and Multiple Intelligence: Its Impact toward Math Learning Achievement,” 31.

Indikator	Sub Indikator
	hitung matematika pada masalah yang disajikan dalam bentuk soal cerita
Kemampuan untuk mengenali, membedakan, dan menganalisis pola dari simbol dan gambar	Siswa dapat menilai hasil rotasi dan refleksi dari gambar yang diberikan
	Siswa dapat menemukan gambar yang sesuai/tidak sesuai dengan pola dari berbagai gambar yang disajikan
Kemampuan Logika (Penalaran)	Siswa dapat menarik kesimpulan dan hubungan sebab akibat untuk memecahkan masalah dari beberapa ide yang terkait
	Siswa dapat menentukan urutan data berdasarkan pernyataan masalah atau argumen yang diberikan
	Siswa dapat menemukan peluang untuk memecahkan masalah sesuai dengan informasi dalam soal

Langkah-langkah yang digunakan dalam penelitian untuk Mengklasifikasikan tingkat kecerdasan matematis logis yaitu:<sup>21</sup>

- 1) Melakukan tes pilihan ganda 20 soal yang sesuai dengan indikator kecerdasan matematis logis
- 2) Melakukan skoran tes kecerdasan matematis logis. Jika siswa menjawab benar maka diberikan skor 1 dan jika salah diberikan skor 0
- 3) Memelakukan penilai dengan rumus berikut ini:

$$\text{Total Nilai} = \frac{\text{Skor yang diperoleh siswa}}{\text{Total skor keseluruhan}} \times 100$$

- 4) Mengkategorikan siswa menjadi 3 kategori kecerdasan matematis logis tinggi, sedang, dan rendah.<sup>22</sup> Berdasarkan Tabel 2.2 berikut.<sup>23</sup>

<sup>21</sup> Suharsimi Arikunto, *Dasar-Dasar Evaluasi Pendidikan* (Jakarta: Bumi Aksara, 2017), 299.

<sup>22</sup> Rizqona Maharani, "Perbedaan Tingkat Kecemasan Matematika, Kecerdasan Matematis Logis, Dan Kecerdasan Spiritual Terhadap Penyelesaian Pembuktian Matematika," *Factor M* 1, no. 2 (July 1, 2019),

**Tabel 2.2**  
**Skala pengukuran Kecerdasan Matematis Logis**

Kategori	Kriteria Nilai
$Nilai \geq SD + Mean$	Tinggi
$SD - Mean \leq Nilai < SD + Mean$	Sedang
$Nilai < SD - Mean$	Rendah

**3. Pola Bilangan**

**a. Pengertian Pola Bilangan dan Jenisnya**

Kumpulan bilangan membentuk pola yang tetap dan memiliki makna satuan jumlah pada angka. Pola bilangan adalah bentuk atau susunan yang tepat pada suatu angka.<sup>24</sup>

Beberapa susunan yang dapat digambarkan pada pola-pola tertentu berikut ini:

1) Pola Bilangan Ganjil

Bilangan ganjil adalah bilangan asli yang tidak habis dibagi 2 dan diawali dengan bilangan 1 serta bilangan selanjutnya memiliki selisih 2 dengan bilangan sebelumnya. Bentuk pola bilangan ganjil adalah 1, 3, 5, 7, ... dst. Gambaran pola bilangan ganjil sebagai berikut:



[https://doi.org/10.30762/f\\_m.v1i2.1308](https://doi.org/10.30762/f_m.v1i2.1308).

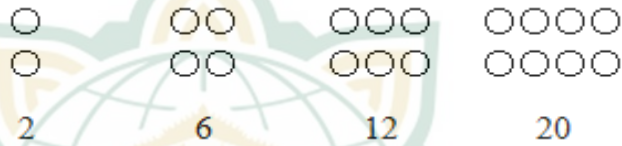
<sup>23</sup> Rizqona Maharani, “Eksperimen Model Pembelajaran Circuit Learning Dan Model Problem Posing Berbasis Higher TESISOrder Thinking Skill Terhadap Kemampuan Penyelesaian Masalah Matematika Dan Sikap Terhadap Matematika Pada Materi Bangun Datar Ditinjau Dari Kecerdasan Logis Matematis Siswa Kelas VII Kabupaten Sleman,” 2018, 73.

<sup>24</sup> Samuel Parlindungan, “Pola Bilangan: Pengertian, Jenis-Jenis Dan Rumus, Serta Contoh Soal,” Aku Pintar, 2022, <https://akupintar.id/info-pintar/-/blogs/pola-bilangan-pengertian-jenis-jenis-dan-rumus-serta-contoh-soal>.

Penentuan rumus bilangan ke- $n$  pada pola bilangan ganjil adalah  $2n - 1$ , untuk setiap  $n$  bilangan asli.

2) Pola Bilangan Genap

Bilangan genap adalah bilangan asli yang habis dibagi 2 dan diawali dengan bilangan 2 serta bilangan selanjutnya memiliki selisih 2 dengan bilangan sebelumnya. Bentuk pola bilangan genap adalah 2, 4, 6, 8, ... dst. Gambaran pola bilangan genap sebagai berikut:



Penentuan rumus bilangan ke- $n$  pada pola bilangan genap adalah  $2n$ , untuk setiap  $n$  bilangan asli.

3) Pola Bilangan Persegi

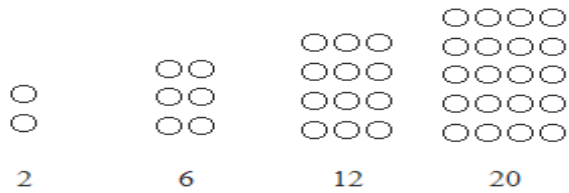
Pola bilangan persegi adalah pola bilangan yang membentuk susunan persegi dan bilangan tersebut berasal dari kuadrat bilangan asli yaitu:  $1^2 = 1$ ,  $2^2 = 4$ ,  $3^2 = 9$ , ... dan seterusnya. Gambaran pola bilangan persegi sebagai berikut:



Penentuan rumus bilangan ke- $n$  pada pola bilangan persegi adalah  $n^2$ , untuk setiap  $n$  bilangan asli.

4) Pola Bilangan Persegi Panjang

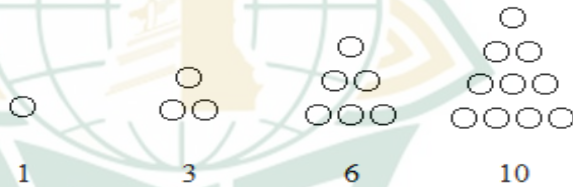
Pola bilangan persegi panjang adalah pola bilangan yang membentuk susunan pola persegi panjang dan pola ini tidak berlaku pada pola bilangan prima. Gambaran pola bilangan persegi panjang sebagai berikut:



Penentuan rumus bilangan ke- $n$  pada pola bilangan persegi panjang adalah  $n(n+1)$ , untuk setiap  $n$  bilangan asli.

5) Pola Bilangan Segitiga

Pola bilangan segitiga adalah pola bilangan yang membentuk susunan pola segitiga dan bilangan tersebut berasal dari penjumlahan bilangan cacah, yaitu:  $0 + 1 = 1$ ,  $0 + 1 + 2 = 3$ ,  $0 + 1 + 2 + 3 = 6$ , .. dst. Gambaran pola bilangan segitiga sebagai berikut:



Penentuan rumus bilangan ke- $n$  pada pola bilangan segitiga adalah  $\frac{n(n+1)}{2}$ , untuk setiap  $n$  bilangan asli.

6) Pola Bilangan Segitiga Pascal

Pola segitiga pascal adalah pola bilangan yang selalu diawali dan diakhiri oleh angka 1 dan susunan bilangan segitiga pascal terdapat angka yang di ulang-ulang. Gambaran pola bilangan segitiga pascal sebagai berikut:



$$U_1 = 3 = 3 + 4(0)$$

$$U_2 = 7 = 3 + 4(1)$$

$$U_3 = 11 = 3 + 4 + 4 = 3 + 4(2)$$

...

$$U_n = 3 + 4(n - 1)$$

Secara umum, suku pertama  $U_1 = a$  dan beda suku yang berurutan adalah  $b$  maka dari rumus  $U_n = 3 + 4(n - 1)$  diperoleh 3 adalah  $a$  dan 4 adalah  $b$ . Maka dari itu dapat disimpulkan bahwa rumus dari suku ke- $n$  adalah  $U_n = a + (n - 1)b$ .

Bentuk penjumlahan dari suku-suku pada suatu barisan itulah yang disebut dengan deret.  $U_1 + U_2 + U_3 + \dots$  adalah deret aritmatika.  $3 + 7 + 11 + 15 + \dots$  Jika jumlah  $n$  suku pertama dinotasikan dengan  $S_n$  maka  $S_4$  dari deret diatas adalah

$$S_4 = 3 + 7 + 11 + 15$$

$$S_4 = 15 + 11 + 7 + 3$$

$$\hline +$$

$$2S_4 = 22 + 22 + 22 + 22$$

$$2S_4 = 4 \times 22$$

$$S_4 = \frac{4}{2} \times 22 = \frac{4}{2} \times (3 + 15) \Rightarrow S_4 = \frac{4}{2} \times (3 + 15).$$

Dari penjumlahan 5 suku diatas 3 adalah suku pertama, 15 adalah suku ke-4, sehingga diperoleh  $S_4 = \frac{4}{2} \times (3 + 15)$ . Dari hasil diatas dapat disimpulkan bahwa

$$S_n = \frac{n}{2} (a + U_n)$$

atau

$$S_n = \frac{1}{2} n (2a + (n - 1)b)$$

2) Barisan dan Deret Geometri

Barisan geometri adalah suatu barisan  $U_1, U_2, U_3, \dots$ , jika perbandingan dua suku yang berurutan adalah tetap maka, nilai selisih yang tetap disebut dengan **rasio**. Untuk mencari suku ke- $n$  dengan rasio  $r$  dan suku pertama  $a$  diketahui maka,  $U_1 = ar^{n-1}$ . Barisan geometri turun jika  $0 < r < 1$  dan barisan geometri naik jika  $r > 1$ .

Bentuk penjumlahan dari barisan geometri adalah  $U_1 + U_2 + U_3 + \dots$  disebut deret geometri. Dirumuskan dengan

$$S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r} \text{ dengan } r < 1$$

atau

$$S_n = \frac{a(r^n-1)}{r-1} \text{ dengan } r > 1.$$

**B. Penelitian Terdahulu**

Berikut adalah penelitian terdahulu dari beberapa jurnal yang berkaitan dengan penelitian yang dilakukan penulis.

1. Penelitian yang dilakukan oleh Maya Gustiati pada Tahun 2016 dengan judul “Profil Kemampuan Penalaran Matematis dalam Pemecahan Masalah Ditinjau dari Kecerdasan Emosional dan Gaya Belajar Siswa.” Fokus penelitian ini adalah untuk mendeskripsikan kemampuan penalaran matematis dalam pemecahan masalah siswa yang memiliki kecerdasan emosional diantaranya: (a) Kecerdasan emosional tinggi dengan gaya belajar visual. Hasil penelitian ini menunjukkan bahwa siswa mampu menunjukkan alasan dari beberapa solusi dan mampu membuktikan kebenaran solusi yang telah diberikan. Hal ini dilihat dari kemampuan siswa dalam menghubungkan unsur-unsur yang diketahui dengan rumus permasalahan garis, sehingga diperoleh solusi yang ingin dibuktikan dari soal. (b) Kecerdasan emosional tinggi dengan gaya belajar auditori. Hasil penelitian ini menunjukkan bahwa siswa mampu memberikan alasan dari beberapa solusi dan membuktikan kebenaran solusi yang telah diberikan. Hal ini dilihat dari kemampuan siswa dalam menghubungkan unsur-unsur yang diketahui dengan rumus persamaan garis, sehingga dapat memperoleh solusi yang ingin dibuktikan dari soal. (c) Kecerdasan emosional tinggi

dengan gaya belajar kinestetik. Hasil penelitian ini menunjukkan bahwa siswa mampu memberikan alasan dari beberapa solusi dan mampu membuktikan kebenaran solusi yang telah diberikan. Hal ini dilihat dari kemampuan siswa yang dapat menghubungkan unsur-unsur yang diketahui dengan rumus gradien dan persamaan garis, sehingga siswa dapat memberikan solusi yang diinginkan sebagai bukti dari soal. (d) Kecerdasan emosional rendah dengan gaya belajar visual. Hasil penelitian ini menunjukkan bahwa siswa mampu memberikan alasan dari beberapa solusi dan mampu membuktikan kebenaran solusi yang telah diberikan. Hal ini dilihat dari kemampuan siswa dalam menghubungkan unsur-unsur yang diketahui dengan rumus persamaan garis sehingga solusi dapat dibuktikan dari soal. (e) Kecerdasan emosional rendah dengan gaya belajar auditori. Hasil penelitian ini menunjukkan bahwa siswa tidak mampu memberikan alasan dari beberapa solusi dan tidak mampu membuktikan kebenaran solusi yang diberikan. Hal ini dilihat dari ketidakmampuan siswa dalam menghubungkan unsur-unsur yang diketahui dengan rumus persamaan garis sehingga tidak diperoleh solusi yang dibuktikan dari soal. (f) Kecerdasan emosional rendah dengan gaya belajar kinestetik. Hasil penelitian ini menunjukkan bahwa siswa tidak mampu dalam memberikan alasan dari beberapa solusi dan membuktikan kebenaran solusi yang diberikan. Hal ini dilihat dari ketidakmampuan siswa dalam menghubungkan unsur-unsur yang diketahui dengan rumus persamaan garis sehingga tidak diperoleh solusi yang dibuktikan dari soal.<sup>25</sup>

2. Penelitian yang dilakukan oleh Nur Farada Sugihartini tahun 2022 yang berjudul “Kemampuan Penalaran Matematis dalam Pemecahan Masalah Berdasarkan Kecerdasan Logis Matematis pada Materi Bilangan Bulat Kelas VII di MTs. Islamiyah Ujungpangkah Gresik.” Fokus penelitian ini adalah untuk mendeskripsikan kemampuan penalaran matematis dalam pemecahan masalah siswa terhadap materi bilangan bulat yang memiliki kemampuan diantaranya: (a)

---

<sup>25</sup> Gustiati, “The Profiles of Mathematical Reasoning Ability in Problem-Solving Based on Emotional Intelligence and Learning Styles of Students.”

Kecerdasan logis matematis tinggi. Hasil penelitian ini menunjukkan bahwa siswa mampu mempresentasikan ide, mampu memenuhi dan menentukan strategi penyelesaian, mampu mengimplementasikan strategi penyelesaian, mengevaluasi strategi penyelesaian dan menarik kesimpulan. (b) Kecerdasan logis matematis sedang. Hasil penelitian ini menunjukkan bahwa siswa mampu mempresentasikan ide dari strategi penyelesaian tetapi tidak mampu menentukan semua sub indikator strategi penyelesaian, mampu menulis model matematika dan mampu memilih konsep matematika untuk menjelaskan penyelesaian masalah tetapi tidak mampu menentukan dan menjelaskan strategi pemecahan masalah matematika, tidak mampu mengimplementasikan strategi penyelesaian, tidak mampu mengevaluasi penyelesaian dan tidak mampu menarik kesimpulan. (c) Kecerdasan logis matematis rendah. Hasil penelitian ini menjelaskan bahwa siswa tidak mampu mempresentasikan ide dan hanya menulis serta menyebutkan hal yang diketahui, tidak mampu menentukan strategi penyelesaian, tidak mampu mengimplementasikan strategi penyelesaian, tidak mampu memberikan evaluasi dan tidak mampu menarik kesimpulan.<sup>26</sup>

3. Penelitian yang dilakukan oleh Rizqona Maharani, Marsigit Marsigit, dan Ariyadi Wijaya tahun 2020 yang berjudul “Collaborative Learning with Scientific Approach and Multiple Intelligence: Its Impact Toward Math Learning Achievement.” Fokus penelitian ini untuk menguji pengaruh pembelajaran kolaboratif dengan pendekatan saintifik terhadap prestasi belajar matematika yang ditinjau dari kecerdasan majemuk siswa dengan membandingkan dua tipe model pembelajaran kolaboratif yaitu *Three Steps Interview (TSI)* dan *Think Pair Share (TPS)*. Penelitian ini merupakan penelitian kuasi-eksperimen dengan desain  $3 \times 3$  desain faktorial. Hasil dari penelitian ini dapat disimpulkan sebagai berikut : (1) TSI dengan pendekatan saintifik memperoleh

---

<sup>26</sup> Sugihartini, “Kemampuan Penalaran Matematis Dalam Pemecahan Masalah Berdasarkan Kecerdasan Logis Matematis Pada Materi Bilangan Bulat Kelas VII Di MTs. Islamiyah Ujungpangkah Gresik.”

prestasi belajar matematika yang lebih baik dari pada TPS dengan pendekatan saintifik dan klasikal dengan pendekatan saintifik dan klasikal dengan pendekatan saintifik. Selain itu, TPS dengan pendekatan saintifik memperoleh prestasi belajar yang lebih baik daripada klasikal dengan pendekatan saintifik. (2) siswa dengan kecerdasan matematis logis memperoleh matematika lebih baik daripada siswa dengan kecerdasan linguistik dan siswa dengan kecerdasan linguistik memperoleh prestasi belajar matematika yang lebih baik daripada kecerdasan interpersonal.<sup>27</sup>

4. Penelitian yang dilakukan oleh Annur Ami Widodo tahun 2018 yang berjudul “Pengaruh Kecerdasan Matematis Logis Mahasiswa Terhadap Kemampuan Penalaran Dasar Matematis dan Statistika Farmasi.” Fokus penelitian ini adalah tingkat kecerdasan matematis logis terhadap tingkat kemampuan penalaran dasar mahasiswa farmasi semester 1 tahun ajaran 2017/2018. Dilihat dari hasil penelitian yang sama-sama terkategori sedang dengan tingkat kecerdasan logis matematis mahasiswa farmasi semester 1 terkategori sedang dengan persentase 66,67% dan tingkat kemampuan penalaran dasar mahasiswa farmasi semester 1 terkategori sedang dengan persentase 73,81%. Hal ini dilihat dari hasil analisis regresi linier sederhana yang memperoleh  $\hat{y} = 34,65009 + 0,399338X$  yang berarti bahwa, jika kecerdasan matematis logis bernilai 0, maka kemampuan penalaran matematis sebesar poin. Jika kecerdasan matematis logis naik 1 poin, maka kemampuan penalaran dasar naik sebesar 0,399338 poin. Sedangkan dalam korelasi X dan Y memperoleh r hitung sebesar  $0,4431 > r(0,05; 42)0,297$  dengan koefisien determinasi yang diperoleh 19,67%. Dilihat dari data diatas menyimpulkan bahwa hubungan antara keduanya bernilai positif yang signifikan dengan kecerdasan matematis logis berpengaruh 19,67% terhadap kemampuan penalaran dasar mahasiswa farmasi semester lain.<sup>28</sup>

---

<sup>27</sup> Maharani, Marsigit, and Wijaya, “Collaborative Learning with Scientific Approach and Multiple Intelligence: Its Impact toward Math Learning Achievement.”

<sup>28</sup> Widodo, “Pengaruh Kecerdasan Matematis Logis Mahasiswa Terhadap

5. Penelitian yang dilakukan oleh Septi Ratnasari pada tahun 2016 yang berjudul “Analisis Kemampuan Penalaran Matematis Siswa Kelas VII Ditinjau dari Gaya Belajar Siswa Pada Setting Pembelajaran Probing Prompting.” Fokus Penelitian ini adalah kemampuan penalaran matematis siswa yang ditinjau dari gaya belajar pada setting pembelajaran probing prompting. Dilihat dari hasil penelitian ini bahwa (a) Siswa *mastery* mampu menyajikan pertanyaan matematika, mampu mengajukan dugaan, mampu melakukan manipulasi matematika, mampu menarik kesimpulan, mampu memberi alasan dan tergolong menggunakan tipe penalaran imitatif algoritma dan kreatif lokal. (b) Siswa *interpersonal* mampu menyajikan pertanyaan matematika, mampu mengajukan dugaan, mampu melakukan manipulasi matematika tetapi tidak mampu untuk menarik kesimpulan, mampu memberi alasan dan tergolong menggunakan tipe penalaran imitatif algoritma dan kreatif lokal. (c) Siswa *understanding* mampu mengajukan dugaan, mampu melakukan manipulasi matematika, mampu memberi alasan, tetapi kurang mampu dalam menyajikan pertanyaan matematika, menarik kesimpulan dan tergolong menggunakan tipe penalaran imitatif algoritma dan kreatif lokal. (d) Siswa *self expressive* mampu menyajikan pertanyaan matematika, mampu mengajukan dugaan, mampu melakukan manipulasi matematika, tetapi kurang mampu dalam menarik kesimpulan, mampu memberi alasan dan tergolong menggunakan tipe kreatif global.<sup>29</sup>
6. Penelitian yang dilakukan oleh Allisa Dewi dan Alpha Galih Adi Rakasiwa pada tahun 2019 yang berjudul “Kemampuan Pemecahan Masalah Ditinjau dari Kecerdasan Logis Matematis Siswa.” Fokus penelitian ini adalah untuk mengetahui kemampuan pemecahan masalah siswa yang dilihat dari kecerdasan logis matematis. Hasil penelitian ini menunjukkan bahwa tingkat kecerdasan logis matematis tinggi mampu mencapai tahap pemecahan masalah

---

Kemampuan Penalaran Dasar Matematika Dan Statistika Farmasi.”

<sup>29</sup> Septi Ratnasari, “Analisis Kemampuan Penalaran Matematis Siswa” (UNNES, 2016).

sebesar 21,87%, tingkat kecerdasan logis matematis sedang mampu mencapai tahap pemecahan masalah sebesar 62,5% , dan tingkat kecerdasan logis matematis rendah mampu mencapai tahapan pemecahan masalah sebesar 15,6%.<sup>30</sup>

**Tabel 2.3**  
**Perbandingan Penelitian**

No	Nama Peneliti, Tahun dan Judul Penelitian	Persamaan	Perbedaan
1	Maya Gustiati (2016) "Profil Kemampuan Penalaran Matematis dalam Pemecahan Masalah Ditinjau dari Kecerdasan Emosional dan Gaya Belajar Siswa"	<ul style="list-style-type: none"> <li>a. Sama-sama meneliti kemampuan penalaran matematis</li> <li>b. Metode penelitian sama-sama menggunakan deskriptif dengan pendekatan kualitatif</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>a. Subjek dan lokasi penelitian</li> <li>b. Tujuan yang hendak dicapai</li> <li>c. Materi yang digunakan dalam penelitian</li> <li>d. Peneliti sebelumnya ditinjau dari kecerdasan emosional dan gaya belajar siswa dan peneliti saat ini berdasarkan kecerdasan logis matematis</li> </ul>
2	Nur Farada Sugihartini (2022) "Kemampuan Penalaran Matematis dalam Pemecahan Masalah Berdasarkan Kecerdasan Logis Matematis pada Materi Bilangan Bulat Kelas VII di MTs. Islamiyah Ujungpangkah Gresik"	<ul style="list-style-type: none"> <li>a. Sama-sama meneliti tentang kemampuan penalaran matematis yang ditinjau dari kecerdasan matematis logis</li> <li>b. Metode penelitian sama-sama menggunakan deskriptif dengan pendekatan kualitatif</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>a. Subjek dan lokasi penelitian</li> <li>b. Tujuan yang hendak dicapai</li> <li>c. Materi yang digunakan dalam penelitian</li> </ul>

<sup>30</sup> Dewi and Adirakasiwi, "Kemampuan Pemecahan Masalah Ditinjau Dari Kecerdasan Logis Matematis Siswa."

No	Nama Peneliti, Tahun dan Judul Penelitian	Persamaan	Perbedaan
3	Rizqona Maharani, Marsigit Marsigit, dan Ariyadi Wijaya (2020) "Collaborative Learning with Scientific Approach and Multiple Intelligence: Its Impact Toward Math Learning Achievement."	<ul style="list-style-type: none"> <li>a. Sama-sama meneliti kecerdasan matematis logis</li> <li>b. Penelitian dilakukan di kelas VIII</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>a. Subjek dan lokasi penelitian</li> <li>b. Tujuan yang hendak dicapai</li> <li>c. Peneliti sebelumnya dari kecerdasan majemuk siswa dengan membandingkan dua tipe model pembelajaran kolaboratif yaitu <i>Three Steps Interview</i> (TSI) dan <i>Think Pair Share</i> (TPS)</li> </ul>
4	Annur Ami Widodo (2018) "Pengaruh Kecerdasan Matematis Logis Mahasiswa Terhadap Kemampuan Penalaran Dasar Matematis dan Statistika Farmasi"	<ul style="list-style-type: none"> <li>a. Sama-sama meneliti tentang kemampuan penalaran matematis yang ditinjau dari kecerdasan matematis logis</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>a. Subjek dan lokasi penelitian</li> <li>b. Tujuan yang hendak dicapai</li> <li>c. Materi yang digunakan dalam penelitian</li> <li>d. Metode yang digunakan dalam penelitian</li> <li>e. Peneliti sebelumnya meneliti tentang kemampuan penalaran dasar matematis dan statistika farmasi, sedangkan penelitian ini meneliti tentang kemampuan penalaran matematis siswa</li> </ul>

No	Nama Peneliti, Tahun dan Judul Penelitian	Persamaan	Perbedaan
5	Septi Ratnasari (2016) “Analisis Kemampuan Penalaran Matematis Siswa Kelas VII Ditinjau dari Gaya Belajar Siswa Pada Setting Pembelajaran Probing Prompting”	<ul style="list-style-type: none"> <li>a. Sama -sama meneliti kemampuan penalaran matematis siswa</li> <li>b. Metode penelitian sama -sama menggunakan deskriptif dengan pendekatan kualitatif</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>a. Subjek dan lokasi penelitian</li> <li>b. Tujuan yang hendak dicapai</li> <li>c. Materi yang digunakan dalam penelitian</li> <li>d. Peneliti sebelumnya berdasarkan gaya belajar siswa pada setting pembelajaran probing prompting dan peneliti saat ini berdasarkan kecerdasan logis matematis</li> </ul>
6	Allisa Dewi dan Alpha Galih Adi Rakasiwa (2019) “Kemampuan Pemecahan Masalah Ditinjau dari Kecerdasan Logis Matematis Siswa”	<ul style="list-style-type: none"> <li>a. Sama-sama meneliti tentang kecerdasan matematis logis</li> <li>b. Metode penelitian sama-sama menggunakan deskriptif dengan pendekatan kualitatif</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>a. Subjek dan lokasi penelitian</li> <li>b. Tujuan yang hendak dicapai</li> <li>c. Peneliti sebelumnya meneliti tentang kemampuan pemecahan masalah dan peneliti saat ini meneliti berdasarkan kemampuan penalaran matematis</li> </ul>

**C. Kerangka berpikir**

Kemampuan dalam mempelajari materi matematika siswa harus menguasai kemampuan yang salah satunya adalah kemampuan penalaran. Materi matematika dan kemampuan penalaran merupakan dua hal yang tidak dapat dipisahkan karena materi matematika dipahami dengan penalaran dan penalaran dipahami dan dilatih melalui belajar materi matematika sehingga keduanya saling berhubungan satu sama lain. Dilihat dari nilai matematika siswa yang masih belum bisa mencapai kriteria ketuntasan minimal (KKM) yang telah

ditentukan, mengakibatkan kurangnya kemampuan penalaran matematis siswa.

Kurangnya kemampuan penalaran matematis siswa dipengaruhi oleh beberapa faktor seperti kecerdasan matematis logis. Kecerdasan matematis logis merupakan faktor penting yang berkaitan erat dengan diri siswa karena, setiap siswa memiliki tingkat kecerdasan yang berbeda-beda. Hal ini sangat penting bagi guru untuk menganalisis dan mengetahui kecerdasan matematis logis siswa yang menyebabkan kurangnya kemampuan penalaran matematis siswa.

Langkah-langkah yang dilakukan dalam penelitian ini adalah melakukan pengumpulan data yang diperoleh dari lembar tes siswa yang dilakukan di kelas kemudian mengelompokkan siswa dalam tiga kategori kecerdasan matematis logis. Berdasarkan identifikasi terhadap hasil tes siswa, dipilih 2 siswa dari masing-masing kategori yang akan menjadi subjek penelitian. Siswa yang menjadi subjek penelitian diberikan 2 soal pada materi pola bilangan kemudian melakukan wawancara untuk mengetahui lebih dalam kemampuan penalaran matematis siswa.

Setelah dilakukan tes dan wawancara dilakukan, peneliti melakukan triangulasi data dengan cara menggabungkan data yang diperoleh dari tes dan wawancara agar memperoleh data yang diinginkan itu valid. Kemudian menganalisis data yang menggunakan model analisis interaktif Miles Huberman yang dilakukan secara bersamaan yaitu reduksi data, penyajian data, dan penarikan kesimpulan.<sup>31</sup>

Berdasarkan uraian diatas, kerangka berpikir dalam penelitian ini mengikuti skema pada Gambar 2.1 berikut ini :

---

<sup>31</sup> Khusnul Hamidah and Suherman Suherman, "Proses Berpikir Matematis Siswa Dalam Menyelesaikan Masalah Matematika Ditinjau Dari Tipe Kepribadian Keirse," *Al-Jabar: Jurnal Pendidikan Matematika* 7, no. 2 (2016): 234.

Gambar 2.1 Kerangka Berpikir Penelitian

